ACUSTICA APPLICATA E ILLUMINOTECNICA

PARTE I FONDAMENTI DI ACUSTICA APPLICATA

CAPITOLO 6 LA PROPAGAZIONE IN AMBIENTE CHIUSO

APPROFONDIMENTO I.6.4.4: LE IPOTESI DELLA TEORIA DELLA RIVERBERAZIONE DI SABINE

La teoria classica della riverberazione di Sabine è basata sull'assunzione di tre ipotesi fondamentali:

- campo sonoro perfettamente diffuso, ovvero la densità di energia sonora non dipende dalla posizione;
- il campo sonoro nell'ambiente segue le ipotesi della teoria statistica;
- ipotesi di continuità, ovvero in ogni istante di tempo esiste una parte di energia sonora assorbita dalle superfici dell'ambiente.

La prima ipotesi prevede che la densità di energia acustica, generalmente variabile in relazione alle coordinate spaziali, non dipenda dalla posizione ma solo dal tempo:

$$D(x,y,z,t) = D(t) \qquad \text{(I.6.4.4.1)}$$

Ne discende che il tempo di riverberazione nella sala sarà lo stesso in tutti i punti. La seconda ipotesi interessa la metodologia di approccio allo studio della propagazione sonora in un ambiente chiuso. Secondo la teoria statistica il comportamento dell'energia sonora è descrivibile come particelle con il medesimo contenuto di energia e con direzioni distribuite in maniera isotropa che urtano contro le pareti. La distanza tra due urti successivi, che corrisponde alla distanza che un'onda acustica percorre in media tra due riflessioni successive, è rappresentata statisticamente dal *libero cammino medio*, (l), che può essere espresso come:

$$l = \frac{4V}{S_T} \qquad \text{(I.6.4.4.2)}$$

Dove (V) è il volume della sala in [m^3] e (S_T) è la superficie totale interna delle pareti in [m^2].
Di conseguenza è possibile definire il tempo libero medio, (t), come il tempo che intercorre tra due urti successivi:

$$t = \frac{l}{c} = \frac{4V}{cS_T} \qquad \text{(I.6.4.4.3)}$$

La terza ipotesi consiste nell'ipotizzare che in ogni istante di tempo esiste una parte di energia sonora assorbita da parte di ogni infinitesimo elemento di parete. I diversi coefficienti di assorbimento delle pareti sono considerati quindi tramite un

Proprietà letteraria riservata © 2023 D Scuola SpA - Milano

coefficiente medio di assorbimento, ($\overline{\alpha}$), indipendente dall'angolo di incidenza definito come:

$$\overline{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i \cdot S_i}{S_T} \qquad \text{(I.6.4.4.4)}$$

Si considera inoltre continuo un fenomeno essenzialmente discontinuo, per cui si introduce il concetto di "infinitesimo di urto":

$$dn = \frac{cS_T}{4V} dt \qquad \text{(I.6.4.4.5)}$$

Sfruttando queste ipotesi è possibile derivare una espressione per il tempo di riverberazione. L'equazione di bilancio dell'energia acustica all'interno dell'ambiente, durante l'emissione di una potenza costante (W_s) da parte di una sorgente, sarà:

$$W_s dt = W_{ass} dt + W_{imm} dt \qquad \text{(I.6.4.4.6)}$$

dove:

- (W_s) = potenza costante emessa dalla sorgente [W]
- (W_{ass}) = potenza assorbita [W]
- (W_{imm}) = potenza immagazzinata nell'ambiente [W]

L'energia assorbita nell'intervallo di tempo infinitesimo (dt) può essere espressa in funzione della quantità di energia complessivamente circolante nell'ambiente, (D), del coefficiente medio di assorbimento dell'ambiente, ($\overline{\alpha}$), e del numero di volte che l'onda sonora nell'unità di tempo colpisce le superfici dell'ambiente, dn:

$$W_{ass} dt = VD\overline{\alpha} dn = VD\overline{\alpha} \frac{cS_T}{4V} dt = \frac{c\overline{\alpha} S_T}{4} D dt$$

L'aumento di energia immagazzinata nell'ambiente in (dt) tenendo conto dell'ipotesi di uniformità del campo sonoro può essere espresso come:

$$W_{imm} dt = \frac{d(VD)}{dt} dt = V \frac{dD}{dt} dt$$

Sostituendo nell'equazione di bilancio dell'energia e dividendo per (dt) si ottiene l'equazione differenziale per la densità di energia:

$$V \frac{dD(t)}{dt} + \frac{c\overline{\alpha} S_T}{4} D(t) = W \qquad \text{(I.6.4.4.7)}$$

Proprietà letteraria riservata © 2023 D Scuola SpA - Milano

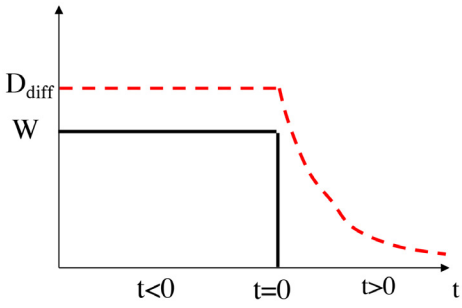

Figura I.6.4.4.1
Andamento temporale della densità di energia del campo diffuso

La soluzione dell'equazione per il transitorio di estinzione, quando $W_s = 0$, con le condizioni $D = D_{diff}$ per $t = 0$ e $D = 0$ per $t = \infty$ è:

$$D(t) = D_{diff} e^{-\frac{c\bar{\alpha}S_T}{4V}t}$$

Inserendo la soluzione dell'equazione differenziale per il transitorio di estinzione, nella definizione del tempo di riverberazione (T) si ha che:

$$\frac{D(T)}{D_{diff}} = 10^{-6} = e^{-\frac{c\bar{\alpha}S_T}{4V}T}$$

da cui, assumendo per la velocità del suono (c), in aria a 15°C e pressione atmosferica, il valore 341 m/s, si ottiene la relazione di Sabine per il calcolo del tempo di riverberazione:

$$T = 0,16\frac{V}{\bar{\alpha}S_T} = 0,16\frac{V}{A_S} \quad [s] \qquad (I.6.4.4.8)$$

dove:

- (V) volume della sala [m^3]
- (A_S) assorbimento totale della sala [m^2]

Proprietà letteraria riservata © 2023 D Scuola SpA - Milano